

# DESAGREGACIÓN MULTIVARIADA DEL PIB SECTORIAL DEL DEPARTAMENTO DE BOLÍVAR

IVONNE CARIDAD PEREZ CORREA  
JUAN MIGUEL MARTINEZ BUENDIA\*

## RESUMEN

La disponibilidad de series como el Producto Interno Bruto (PIB) departamental en periodos intra-anales es indispensable para el análisis de la actividad económica regional. Para el departamento de Bolívar, como para el resto de departamentos colombianos, solo existen estadísticas del PIB para periodos anuales. Las series que podrían determinar su comportamiento solo están disponibles de forma ininterrumpida en periodos semestrales. Se implementó la metodología de desagregación *ex-post* de series de tiempo multivariadas propuesta por Nieto (2007), para buscar, con las series disponibles, un conjunto de variables para la semestralización del PIB de los sectores de la industria, el turismo y la construcción en Bolívar para el periodo 2000-2010. Se encontró que las variables «capacidad instalada», «índice de producción de vivienda nueva (IPVN)», «índice de ocupación hotelera» y «arribo de turistas del exterior» son adecuadas en los procesos de desagregación de este indicador.

---

\* Los autores son docentes de la Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco, en Cartagena. Ivonne Pérez coordina el proyecto «Evaluación de la pertinencia social de los programas de pregrado» y es miembro del grupo de investigación PROFIN en esa institución. Juan Miguel Martínez es también catedrático en la Universidad de Cartagena y la Universidad del Sinú. Correos electrónicos: perezcorrea.ivonne@gmail.com y aramisdegaula1977@gmail.com. Agradecen a la profesora Liliam Cuartas la revisión de este trabajo. Fecha de recepción: noviembre 29 de 2012; fecha de aceptación: marzo 29 de 2013.

**Palabras clave:** Colombia, departamento de Bolívar, desagregación, compatibilidad, series económicas, modelos VAR, PIB.

**Clasificaciones JEL:** C12 C14 C53.

## ABSTRACT

### *Multivariate Disaggregation of Sectorial GDP for the Department of Bolívar, Colombia*

The availability of series such as annual GDP for the departments of Colombia is essential for short-term analysis of regional economic activity. For the department of Bolivar, as for the rest of Colombian departments, GDP estimates are only available on an annual basis. The series that could determine their behavior are only available in uninterrupted form on a six-month basis. We implement the methodology of *ex post* disaggregation of multivariate time series proposed by Nieto (2007), to search, within the available series, for a set of variables that enable us to estimate, for six-month periods GDP for the industrial, tourist and construction sectors in Bolívar for the period 2000-2010. We find that the variables «installed capacity», «new housing production index», «hotel occupancy index» and «foreign tourist arrivals» are adequate when disaggregating this indicator.

**Key words:** Colombia, department of Bolívar, disaggregation, compatibility, economic series, VAR models, GDP.

**JEL Classifications:** C12, C14, C53.

## I. INTRODUCCIÓN

El Producto Interno Bruto (PIB) es el principal indicador de la actividad económica de un país y permite a los gobiernos tener un panorama de la generación de riqueza en los niveles sectorial, departamental, regional y nacional con el fin de diseñar acciones que mejoren el bienestar general y disminuyan las disparidades.

Los estimativos del PIB para los departamentos de Colombia permiten diseñar políticas económicas regionales coherentes. A nivel nacional, el PIB se calcula para

períodos trimestrales. A nivel departamental, existen series desde 1980, pero con base en estimativos anuales, lo cual limita el análisis de procesos coyunturales regionales de corto plazo.

El problema de la no disponibilidad del PIB en alta frecuencia se extiende a los demás indicadores de la actividad económica departamental tanto a nivel general como sectorial. En el sector industrial los indicadores trimestrales solo empezaron a calcularse a partir de 2006, con la muestra trimestral manufacturera regional. En el sector de la construcción la mayor parte de los indicadores también se emiten trimestralmente desde ese mismo año; y para el sector comercio y servicios los indicadores no están disponibles en series de alta frecuencia de forma continua.

Para el departamento de Bolívar solo existen series en períodos consecutivos de 10 años en frecuencia semestral, las cuales han sido publicadas en los Cuadernos de coyuntura económica de Cartagena. La situación expuesta dificulta la aplicación de métodos estadísticos para la desagregación del PIB en altas frecuencias que permitan investigar la actividad económica departamental en periodos intra-  
anuales.

Dado el problema de periodicidad de las estadísticas de Bolívar y la importancia que reviste el conocimiento del comportamiento de la economía regional en períodos intra-  
anuales, se propone encontrar un conjunto de variables que permitan la desagregación del PIB del departamento Bolívar en sectores económicos con un peso relativamente alto, tales como la industria, la construcción y las actividades relacionadas con el turismo. En la sección dos inicialmente se revisan algunos trabajos de desagregación de series temporales en Latinoamérica y se verifican las series auxiliares usadas para la desagregación. En la secciones tres y cuatro se describe el método de desagregación. En el apartado quinto se explica la aplicación del método y finalmente en la sección seis se exponen los resultados y una breve discusión acerca del tema.

## II. DESAGREGACIÓN DE SERIES ECONÓMICAS EN LATINOAMÉRICA

La aplicación de metodologías de desagregación de series temporales de bajas frecuencias en series de mayor frecuencia, ha sido un problema abordado en varios países de Latinoamérica. En Chile, Haindl (1986) y Pozo and Stanger (2009) implementaron metodologías de desagregación para estimar series de alta fre-

cuencia del PIB nacional. Haindl (1986) realizó la trimestralización del PIB de Chile dividiéndolo en nueve sectores: agricultura, pesca, minería, industria, construcción, electricidad, gas y agua, comercio, transporte y resto de sectores; exploró series relacionadas para cada uno de ellos y usó regresión lineal múltiple y estimación por mínimos cuadrados.

Por su parte, Poso y Stanger (2009) mensualizaron el PIB trimestral sectorial de Chile implementando el proceso de benchmarking. Los autores usaron indicadores mensuales indirectos de la evolución de la producción que reflejan la trayectoria del valor agregado sectorial, y supusieron que dichos indicadores miden adecuadamente el agregado económico deseado.

En Bolivia, Gonzáles (2009) realizó la trimestralización y mensualización de las series del PIB total y departamental. El ejercicio fue univariado y usó como única serie indicadora el consumo de energía de las industrias medianas.

Para el caso mexicano hay algunos autores que también han estudiado el problema, como Puig y Hernández (1989), quienes desagregaron el PIB del país a nivel de Entidad Federativa de México para el periodo 1970-1988, usando como variables auxiliares los depósitos en cuentas de cheques, ahorro y plazo. Guerrero (1990), por su parte, desagregó la serie del PIB anual de México del periodo 1983-1987 en una serie mensual por modelos ARIMA, usando como variable indicadora compatible el índice de producción industrial. Guerrero y Nieto (1999) aplicaron una metodología multivariada para series relacionadas y desagregaron simultáneamente el PIB mexicano de la minería, la industria manufacturera, la construcción y los servicios públicos (electricidad, gas y agua) a precios de 1993. También verificaron la compatibilidad de las variables auxiliares con el proceso principal, demostrando la validez del método de desagregación multivariada para mensualizar el PIB de México en el periodo 1990-1995.

En Colombia la desagregación del PIB a nivel nacional ha sido tratada en los trabajos de Melo y Misas (1992), quienes realizaron la estimación trimestral del PIB anual a precios constantes de 1975. Hallaron como series indicadoras compatibles el consumo de gasolina motor, la producción de cemento y acero y el total facturado de energía. Nieto (2007) realizó la predicción *ex-post* del PIB mensual entre 1994 y 2002 en los sectores de minería, servicios, construcción y subsectores de la industria manufacturera, usando como variables indicadoras la producción de petróleo, la demanda total de energía eléctrica, la producción de cemento y el índice de producción industrial. El autor también verificó la compatibilidad entre las variables seleccionadas y el PIB de los sectores y realizó la predicción *ex-ante*

de los valores de los tres primeros meses de 2003. Por su parte, Hurtado y Melo (2010), estimaron las series mensuales asociadas al PIB, consumo de los hogares y consumo del gobierno, y comprobaron que la series estimadas siguen la misma tendencia que las series de baja frecuencia, aunque con una menor volatilidad.

Los trabajos de desagregación que se han realizado para el caso colombiano no han involucrado series regionales, ni tampoco pruebas de compatibilidad de variables que permitan esa descomposición.

### III. METODOLOGÍA DE DESAGREGACIÓN

En la literatura se encuentran diferentes propuestas de metodologías de desagregación multivariada, como las presentadas por Rossi (1982), Di Fonzo (1990) y Nieto (2007). Esta investigación sigue estrechamente los fundamentos y procedimientos de Nieto (2007), que se describen a continuación.

La metodología inicialmente responde al método propuesto por Chow y Lin (1971) que consiste en la selección de series indicadoras — también llamadas auxiliares — disponibles en períodos de alta frecuencia que permitirán construir, mediante modelos de regresión lineal, un indicador sintético para aproximar el comportamiento de la serie de interés.

Posteriormente, a partir de modelos de vectores autorregresivos (VAR) y algunas relaciones y supuestos sobre los procesos, se estiman las series de alta frecuencia para los denominados *procesos principales* que solo son observables en períodos de baja frecuencia, que para los propósitos de esta investigación corresponde a las series anuales del PIB de los sectores de la industria, turismo y construcción del departamento de Bolívar. Por último, se aplica una prueba de compatibilidad entre el proceso principal y los auxiliares (Nieto 2007, p.59).

Los siguientes son los supuestos y relaciones que tuvimos en cuenta siguiendo a Nieto (2007, pp. 54-55): Sean  $\{Z_t = (Z_{1t}, \dots, Z_{kt}), t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  un proceso estocástico  $k$ -dimensional no observable (representa el proceso de interés «PIB»),  $\{Y_i = (Y_{1i}, \dots, Y_{ki}), i = 1, 2, \dots\}$ , un proceso estocástico  $k$ -dimensional observable (representa el agregado temporal de cada componente del proceso principal),  $\{Y_t^c : t = 1, 2, \dots\}$ , un proceso estocástico univariado observable (representa el agregado contemporáneo de todas las componentes del proceso de interés al final de cada periodo), y  $\{W_t = (W_{1t}, \dots, W_{kt}), t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ , un proceso multivariado observable que involucra las variables indicadoras (representa el proceso auxiliar disponible para ejecutar la desagregación).

Dados  $m$  intra-períodos en cada uno de los  $n$  períodos de baja frecuencia, es decir, se cuenta con  $mn$  períodos de alta frecuencia. Se suponen las relaciones de las ecuaciones 1 y 2.

$$Y_i = \sum_{t=m(i-1)}^{mi} \mathbb{C}_{t-m(i-1)} \mathbf{Z}_t \quad (1)$$

$$Y_t^c = \mathbf{d}' \mathbf{Z}_t \quad (2)$$

Donde  $\mathbb{C}_1, \dots, \mathbb{C}_m$  son matrices reales diagonales no nulas, definidas por  $\mathbb{C}_1 = \text{diag}(c_{11}, \dots, c_{kl})$  y  $\mathbf{d}' = (d_1, \dots, d_k)$  es un vector real no nulo.  $\mathbb{C}_1$  y  $\mathbf{d}$  son llamadas matrices de desagregación.

Sean los siguientes vectores  $\mathbf{Z} = (\mathbf{Z}'_1, \mathbf{Z}'_2, \dots, \mathbf{Z}'_{mn})'$ ,  $\mathbf{W} = (\mathbf{W}'_1, \mathbf{W}'_2, \dots, \mathbf{W}'_{mn})'$ ,  $\mathbf{Y}^T = (\mathbf{Y}'_1, \dots, \mathbf{Y}'_n)$  y  $\mathbf{Y}^c = (Y^c_1, \dots, Y^c_{mn})'$ . Se puede escribir entonces la ecuación 3.

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_n \otimes \mathbb{C}_0 \\ \mathbf{I}_{mn} \otimes \mathbf{d}^T \end{pmatrix} \mathbf{Z} = \mathbb{C} \mathbf{Z} \quad (3)$$

$\mathbb{C}_0 = (\mathbb{C}_1 | \dots | \mathbb{C}_m)$ ,  $\otimes$  es el producto Kronecker,  $\mathbb{C}$  es una matriz de orden  $(nk + nm) \times kmn$ .

También consideramos que los procesos  $\mathbf{Z}_t$  y  $\mathbf{W}_t$  satisfacen la ecuación 4.

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{W}_t + \mathbf{X}_t, \text{ para } t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4)$$

Donde  $\{\mathbf{X}_t = (X_{1t}, \dots, X_{kt})', t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  es un proceso multivariado  $k$ -dimensional no observable cuya media es  $\mathbf{0}$ .

En este documento la serie  $\{\mathbf{Z}_t\}$  corresponde a los valores conjuntos semestrales no observados del PIB de la industria, la construcción y el turismo entre 2000-2010;  $k$  es el número de series marginales (componentes de  $\mathbf{Z}_t$ ) a desagregar, y que en este caso  $k = 3$ ;  $n$  es la longitud de la serie  $\{\mathbf{Z}_t\}$ , para este caso  $n = 11$ ;  $m$  es el número de intra-períodos (semestres) en cada uno de los  $n$  períodos (años), en nuestro caso  $m = 2$ ;  $\{\mathbf{W}_t\}$  es la serie auxiliar seleccionada a partir de criterios económicos que se supone podría modelar la dinámica de  $\{\mathbf{Z}_t\}$ ;  $\{\mathbf{Y}_t\}$  es la restricción

temporal e indica, en este caso, que cada dato anual (disponible) es la suma de los dos datos semestrales (no disponibles). Refiriéndonos a las ecuaciones 1 - 3 y considerando que el PIB es una variable de flujo, se tiene, según Hurtado y Melo (2010, p.2), una desagregación de tipo distribución, es necesario definir:

$$\mathbb{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .y. \quad \mathbb{C}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Así, la matriz  $\mathbb{C}$  es de orden  $(nk + nm) \times kmn = 55 \times 66$ .  $Y_t^c$  corresponde a la restricción contemporánea, y es igual a la suma de los datos de cada una de las  $k$  series a desagregar. Esta suma es igual al valor de la serie agregada en cada uno de los  $mn$  períodos, en este caso la suma de las « $k=3$ » series individuales del PIB de la industria, el turismo y la construcción, es igual al PIB total de los tres sectores en cada uno de los « $mn=22$ » semestres, con esto, una elección natural de para el caso que nos ocupa, es  $d' = (1, 1, 1)'$ .

Para los efectos de esta investigación se asumieron los procesos  $\{Z_t\}$  y  $\{W_t\}$  regidos por modelos de Vectores Autorregresivos (VAR) de orden  $p$ , VAR ( $p$ ), y los residuales de  $\{X_t\}$  y de  $\{W_t\}$  los denotamos como  $\{e_t\}$  y  $\{b_t\}$ , respectivamente. Además, en adelante usamos la notación  $\hat{\theta}$  para denotar el estimador (predictor en este caso) de cualquier serie o elemento  $\theta$ .

Para realizar la predicción *ex-post* de los valores no observados de la serie de interés  $\{Z_t\}$ , seguimos a Nieto (2007, p. 56) en considerar que para todo  $j = 1 - p, \dots, 0$ ,  $Z_j - W_j = 0$ , lo cual implica que se puede escribir  $[(Z - W) = e$ , donde  $e = (e_1, \dots, e_{mn})$  y

$$\Pi = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\Pi_1 & I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \dots & & \\ -\Pi_p & -\Pi_{p-1} & -\Pi_{p-2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\Pi_p & -\Pi_{p-1} & \dots & 0 & 0 \\ & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\Pi_1 & I \end{bmatrix}$$

Las matrices  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_p$  corresponden a los coeficientes del modelo VAR ( $p$ ) al cual obedece el proceso  $\{\mathbf{W}_t\}$ . Siguiendo a Nieto y Guerrero (1995) el mejor predictor lineal (*Best Linear Predictor*, BLP) de  $\mathbf{Z}$ , según el criterio del error mínimo cuadrático medio (*Minimum Mean Square Error*, MSE) basado en  $\mathbf{W}$  y  $\mathbf{Y}$ , está definido como en la ecuación 5.

$$\hat{\mathbf{Z}} = \hat{\mathbf{Z}}_0 + \mathbb{A}(\mathbf{Y} - \mathbb{C}\hat{\mathbf{Z}}_0) \quad (5)$$

Donde  $\mathbb{A} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbb{C}'[\mathbb{C}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbb{C}']^+$ ,  $\boldsymbol{\Psi} = \Pi^{-1}$ ,  $\hat{\mathbf{Z}}_0$  es el BLP de  $\mathbf{Z}$  basado solamente en  $\mathbf{W}$  esto es  $\hat{\mathbf{Z}}_0 = \mathbf{W}$  y «+» denota la inversa generalizada Moore-Penrose.

Ahora tomando  $\hat{\mathbf{e}} = \Pi(\hat{\mathbf{Z}} - \mathbf{W})$  se obtiene que  $\hat{\mathbf{e}} = \Pi\mathbb{A}\Pi^{-1}\mathbf{e}$ . En Nieto (2007, p. 57) se demuestra que el proceso  $\{\mathbf{e}_t\}$  es no estacionario aunque su función de medias es idénticamente nula.

Aplicando el anterior procedimiento hicimos una predicción *ex-post* para series de tiempo multivariadas, y además verificamos la compatibilidad de las series auxiliares consideradas en tal proceso, lo cual no se puede obtener con métodos de algoritmos sin indicadores como los presentados en Pavía-Miralles (2010, pp. 451-452). Sin embargo, una limitante de elegir la metodología de series auxiliares es que se podrían presentar inconvenientes tales como no disponer de series relacionadas observadas en alta frecuencia, especificar mal el modelo para las series auxiliares o ignorar posibles correlaciones entre las series marginales dado que la prueba de compatibilidad se ejecuta individualmente con cada serie marginal.

#### IV. PRUEBA DE COMPATIBILIDAD

Realizamos una prueba de hipótesis para evaluar la compatibilidad de las series seleccionadas como indicadoras (proceso auxiliar) con el proceso de interés (proceso principal) a ser desagregado, siguiendo a Nieto (2007, p.59). El sistema de hipótesis consiste en la hipótesis nula  $H_0$ : «no existe correlación cruzada entre los procesos de residuales  $\{\mathbf{b}_t\}$  y  $\{\mathbf{e}_t\}$  y  $H_1$ : «Existe por lo menos una de las correlaciones cruzadas entre los procesos de residuales  $\{\mathbf{b}_t\}$  y  $\{\mathbf{e}_t\}$  que es distinta de cero». Para hacer la prueba de compatibilidad usamos los residuales estimados  $\{\hat{\mathbf{b}}_t\}$  y  $\{\tilde{\mathbf{e}}_t\}$  de  $\{\mathbf{W}_t\}$  y  $\{\mathbf{X}_t\}$  respectivamente, donde  $\tilde{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbb{A}(\mathbf{Y} - \mathbb{C}\mathbf{W}) = (\tilde{z}'_1, \dots, \tilde{z}'_{mn})'$ . Se usó la serie  $\{\tilde{\mathbf{e}}_t\}$  en lugar de  $\{\hat{\mathbf{e}}_t\}$  por las propiedades que presenta cada uno como estimador de  $\{\mathbf{e}_t\}$ . Se

ejecutaron un conjunto de  $k^2$  pruebas clásicas de Ljung-Box ( $Q$ ). El estadístico de Ljung-Box se define como en la ecuación 6.

$$Q(h) = n(n+2) \sum_{l=1}^h \frac{\hat{\rho}_l^2}{n-1} \sim \chi_{n-h}^2 \quad (6)$$

Donde  $n$  es la longitud de la serie,  $\hat{\rho}_l$  es la correlación cruzada en rezago  $l$ . La estadística  $Q(h)$  se calculó con rezagos de 0 a  $h$ . Según Box y Pierce (1970) la estadística  $Q$  se distribuye como una variable Chi-cuadrado con  $(n-h)$  grados de libertad.

En el caso del PIB de Bolívar por sectores se ejecutaron « $k^2 = 9$ » pruebas de hipótesis para cada uno de los rezagos considerados.

## V. DESAGREGACIÓN DEL PIB SECTORIAL DE BOLÍVAR (2000-2010)

En esta sección se aplicó la metodología de Nieto (2007) para desagregar la serie anual del PIB de la industria, el turismo y la construcción en valores semestrales que se tomaron de las cuentas departamentales publicadas por el DANE en 2012. Específicamente, los datos corresponden al valor agregado por ramas de actividad económica, a precios constantes de 2005 (DANE, 2012). Las gráficas correspondientes al valor agregado de cada uno de los sectores en el periodo 2000-2010 se muestran en el Anexo A.

### A. Selección de variables auxiliares

Para la selección de las variables auxiliares se identificaron previamente los indicadores usados por fuentes oficiales tales como el DANE y los Cuadernos de Coyuntura Económica de Cartagena de Indias (editados por el Banco de la República, la Cámara de Comercio de Cartagena, la Universidad Jorge Tadeo Lozano, la ANDI, la Universidad Tecnológica de Bolívar, Fenalco Bolívar y el Observatorio del Caribe Colombiano), para describir la actividad económica de cada sector. Posteriormente los indicadores hallados se contrastaron con los usados en las investigaciones revisadas en el apartado II de este artículo. Las variables seleccionadas según estos criterios se describen en el Cuadro 1.

CUADRO 1  
*Variables auxiliares seleccionadas*

Sector	Serie Auxiliar
Industrial	Variación de la producción Variación en las ventas Capacidad Instalada
Construcción	Producción de cemento gris Índice de costos de construcción (ICCV) Índice de producción de vivienda nueva (IPVN) Licencias aprobadas (total) Licencias aprobadas vivienda Número de licencia
Turismo	Ocupación hotelera Arribo de pasajeros nacionales Arribo de pasajeros del exterior

Fuente: Elaboración propia.

Con este conjunto de variables y de acuerdo con la metodología de Chow y Lin (1971) se estimó un modelo de regresión lineal para cada sector con el fin de verificar la relación con el PIB respectivo (Cuadro 2).

En el proceso de selección final de las variables se tuvo en cuenta el resultado de la prueba de significancia de los parámetros y la coherencia de las relaciones encontradas entre el modelo y la teoría económica. Según estos criterios, en el modelo preliminar del PIB industrial los coeficientes de las variables *Variación en la producción* y *Variación en las ventas* no fueron significativos.

En cuanto al modelo del PIB de la construcción se observa que solo los coeficientes de las variables *IPVN*, *Áreas aprobadas* y *Número de licencias* fueron significativos al 5%. Sin embargo, el signo de *Áreas aprobadas* no coincide con el esperado, dado que está influenciada por la longitud del área aprobada y por su costo. Los resultados de la modelación del PIB del turismo evidencian que la variable *Arribo de pasajeros nacionales* no se ajusta adecuadamente al modelo.

CUADRO 2  
*Resultado inicial de los modelos de regresión*

Variable agregada	Serie auxiliar	$\beta$	Estadístico	P-valor
PIB Industria	Variación de la producción	166,3240	0,0248	0,9809
	Variación en las ventas	-46,0620	-0,5069	0,6278
	Capacidad Instalada	177,263	3,9885	0,0053
PIB Construcción	Producción de cemento gris	-0,001	-0,9031	0,4175
	ICCV	0,4939	0,1853	0,862
	IPVN	13,5007	3,5611	0,0236
	Áreas aprobadas (total)	0,005	2,5577	0,0628
	Licencias aprobadas vivienda	-0,0037	-2,1577	0,0971
	Número de licencias	-0,3395	-4,6178	0,0099
PIB Turismo	Ocupación hotelera	1,0698	3,41	0,0113
	Arribo de pasajeros exterior	0,0007	2,5651	0,0373
	Arribo de pasajeros nacionales	0,0003	1,224	0,2606

Fuente: Cálculos de los autores.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores se estimaron los modelos de regresión múltiple para encontrar los valores semestrales preliminares, que corresponden a la serie  $\{W_t\}$  usada en Nieto (2007), (Cuadro 3).

CUADRO 3  
*Modelos de regresión*

Variable agregada	Serie auxiliar	$\beta$	Estadístico	P-valor
PIB Industria	Capacidad Instalada	163,716	4,34525	0,0019
PIB Construcción	IPVN	20,6842	-26,5382	0,0000
PIB Turismo	Índice de Ocupación hotelera	2,9165	3,18909	0,0128
	Arribo de turistas del exterior	0,0023	6,08936	0,0003

Fuente: Cálculos de los autores.

## B. Modelo VAR (p) del PIB semestral de Bolívar

Teniendo en cuenta que la base de datos tiene solo 20 observaciones y para evitar la pérdida de un mayor volumen de datos de la serie estimada  $\{\widehat{W}_t\}$  en el modelo del Cuadro 3, se modeló la estructura VAR(p) del PIB semestral de Bolívar con órdenes autorregresivos  $p = 1$  y  $p = 2$ . Las estimaciones de los parámetros para los modelos VAR(1) fueron las siguientes.

$$\Pi = \begin{bmatrix} -0.212882 & -2.18292 & 24.174 \\ -0.139293 & -0.34488 & 10.245 \\ -0.001428 & -0.05034 & 1.238 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} 757652 & 58081 & 17878 \\ 58081 & 102669 & 11512 \\ 17878 & 11512 & 1910 \end{bmatrix}$$

Donde  $\Pi$  es la matriz de coeficientes de los sectores de la industria, la construcción y el turismo y  $\Sigma_w$  la matriz de varianzas y covarianzas los residuales del modelo. Y las del segundo modelo VAR(2) fueron:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} -0.212882 & -2.18292 & 24.174 \\ -0.139293 & -0.34488 & 10.245 \\ -0.001428 & -0.05034 & 1.238 \end{bmatrix}$$

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} 0.14614 & -0.006473 & -1.234 \\ -0.25834 & -0.390585 & 5.122 \\ -0.001966 & -0.068123 & 0.666 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} 917706 & 94168 & 23398 \\ 94168 & 84567 & 10914 \\ 23398 & 10.914 & 2028 \end{bmatrix}$$

$\Pi_1$  y  $\Pi_2$  son las matrices de coeficientes de los sectores de la industria, el turismo y la construcción a uno y dos rezagos, respectivamente y  $\Sigma_w$  es la matriz de varianza-covarianzas de los residuales del modelo.

### C. Estimación de la serie semestralizada del PIB de la industria, el turismo y la construcción

Con los resultados obtenidos anteriormente se estimó la serie  $\{\widehat{W}_t\}$  para los modelos VAR(1) y VAR(2). Con las series estimadas y las matrices de agregación se ejecutó el procedimiento de Nieto (2007) para obtener los datos finales del PIB semestralizado de la industria, el turismo y la construcción en periodos semestrales (serie  $\{\widehat{Z}\}$ ).

### D. Prueba de compatibilidad

La prueba de compatibilidad consiste básicamente en determinar si la información contenida en el proceso auxiliar ( $\{W_t\}$ ) es capaz de explicar adecuadamente la dinámica del proceso ( $\{Z_t\}$ ), de no ser así, significaría que en el proceso  $\{X_t\}$  de la ecuación 4 hay información residual que relevante, o que el modelo VAR( $p$ ) estimado para el proceso  $\{W_t\}$  no está correctamente especificado.

Para realizar la prueba de compatibilidad de las variables seleccionadas se estimaron los residuales  $\{\hat{b}_t\}$  del modelo VAR(1) y VAR(2) y los residuales  $\{\tilde{z}_t\}$  de la metodología Nieto (2007, p.59) para ambos modelos. Posteriormente, se calculó la correlación cruzada entre  $\hat{b}_{it}$  y  $\tilde{z}_{jt}$  y para  $i, j = 1, 2, 3$  y rezagos  $p = 1, 2, 3$  por medio de las series marginales  $\{\hat{b}_{it}\}$  y  $\{\tilde{z}_{jt}\}$ . Con esta información se calculó la estadística  $Q$  de Ljung-Box para cada uno de los 27 casos (9 para cada rezago), que corresponden a las  $k^2$  pruebas sugeridas en Nieto (2007, p.59).

La distribución de la estadística  $Q$  de Ljung-Box fue hallada por remuestreo de las series  $\{\hat{b}_{it}\}$  y  $\{\tilde{z}_{jt}\}$  obteniendo muestras de tamaño 100.000 para  $Q$ . En todos los casos la forma de la distribución es similar, con sesgo hacia la derecha. Los percentiles de la distribución para el modelo VAR(1) se muestran en el Cuadro 4 y los correspondientes al modelo VAR(2) en el Cuadro 5.

CUADRO 4  
 Percentiles de la distribución  $Q$  para el modelo  $VAR(1)$

REZAGO	CASO	PERCENTILES							
		10	15	25	50	75	90	95	99
p=1	1: $e_{1t}$ y $b_{1t}$	0,041	0,076	0,178	0,647	1,634	3,047	4,227	7,276
	2: $e_{1t}$ y $b_{2t}$	0,039	0,073	0,173	0,636	1,642	3,128	4,305	7,095
	3: $e_{1t}$ y $b_{3t}$	0,033	0,065	0,161	0,620	1,644	3,171	4,366	7,171
	4: $e_{2t}$ y $b_{1t}$	0,043	0,078	0,187	0,682	1,709	3,068	4,062	6,305
	5: $e_{2t}$ y $b_{2t}$	0,043	0,081	0,187	0,658	1,685	3,126	4,168	6,461
	6: $e_{2t}$ y $b_{3t}$	0,039	0,076	0,187	0,693	1,735	3,129	4,098	6,060
	7: $e_{3t}$ y $b_{1t}$	0,042	0,076	0,182	0,672	1,700	3,109	4,121	6,390
	8: $e_{3t}$ y $b_{2t}$	0,041	0,076	0,177	0,655	1,695	3,170	4,256	6,576
	9: $e_{3t}$ y $b_{3t}$	0,037	0,073	0,181	0,672	1,725	3,134	4,104	6,159
p=2	1: $e_{1t}$ y $b_{1t}$	0,057	0,098	0,210	0,711	1,730	3,162	4,374	7,443
	2: $e_{1t}$ y $b_{2t}$	0,053	0,094	0,209	0,705	1,739	3,244	4,422	7,199
	3: $e_{1t}$ y $b_{3t}$	0,041	0,077	0,186	0,683	1,744	3,305	4,509	7,356
	4: $e_{2t}$ y $b_{1t}$	0,059	0,099	0,219	0,755	1,802	3,178	4,195	6,437
	5: $e_{2t}$ y $b_{2t}$	0,059	0,103	0,224	0,735	1,787	3,230	4,280	6,557
	6: $e_{2t}$ y $b_{3t}$	0,048	0,090	0,215	0,765	1,838	3,234	4,214	6,200
	7: $e_{3t}$ y $b_{1t}$	0,058	0,097	0,215	0,747	1,798	3,219	4,233	6,489
	8: $e_{3t}$ y $b_{2t}$	0,057	0,099	0,215	0,729	1,799	3,279	4,369	6,697
	9: $e_{3t}$ y $b_{3t}$	0,046	0,087	0,208	0,743	1,829	3,251	4,223	6,315
p=3	1: $e_{1t}$ y $b_{1t}$	0,072	0,118	0,238	0,773	1,842	3,333	4,589	7,741
	2: $e_{1t}$ y $b_{2t}$	0,066	0,112	0,240	0,778	1,857	3,408	4,596	7,444
	3: $e_{1t}$ y $b_{3t}$	0,048	0,087	0,205	0,742	1,860	3,472	4,715	7,680
	4: $e_{2t}$ y $b_{1t}$	0,075	0,121	0,247	0,825	1,918	3,324	4,378	6,676
	5: $e_{2t}$ y $b_{2t}$	0,073	0,122	0,256	0,809	1,910	3,380	4,442	6,757
	6: $e_{2t}$ y $b_{3t}$	0,056	0,101	0,234	0,827	1,961	3,402	4,392	6,434
	7: $e_{3t}$ y $b_{1t}$	0,074	0,118	0,241	0,816	1,920	3,368	4,417	6,772
	8: $e_{3t}$ y $b_{2t}$	0,071	0,118	0,249	0,800	1,922	3,425	4,523	6,847
	9: $e_{3t}$ y $b_{3t}$	0,054	0,097	0,228	0,807	1,950	3,414	4,437	6,576

Fuente: Cálculos de los autores.

La prueba de compatibilidad se ejecutó con los valores de la estadística  $Q$  de Ljung-Box obtenidos con las series preliminares y se compararon con los percentiles obtenidos por remuestreo para niveles de significancia de 0.05 y 0.01. Los resultados se muestran en la sección VI.

CUADRO 5  
 Percentiles de la distribución  $Q$  para el modelo VAR(1)

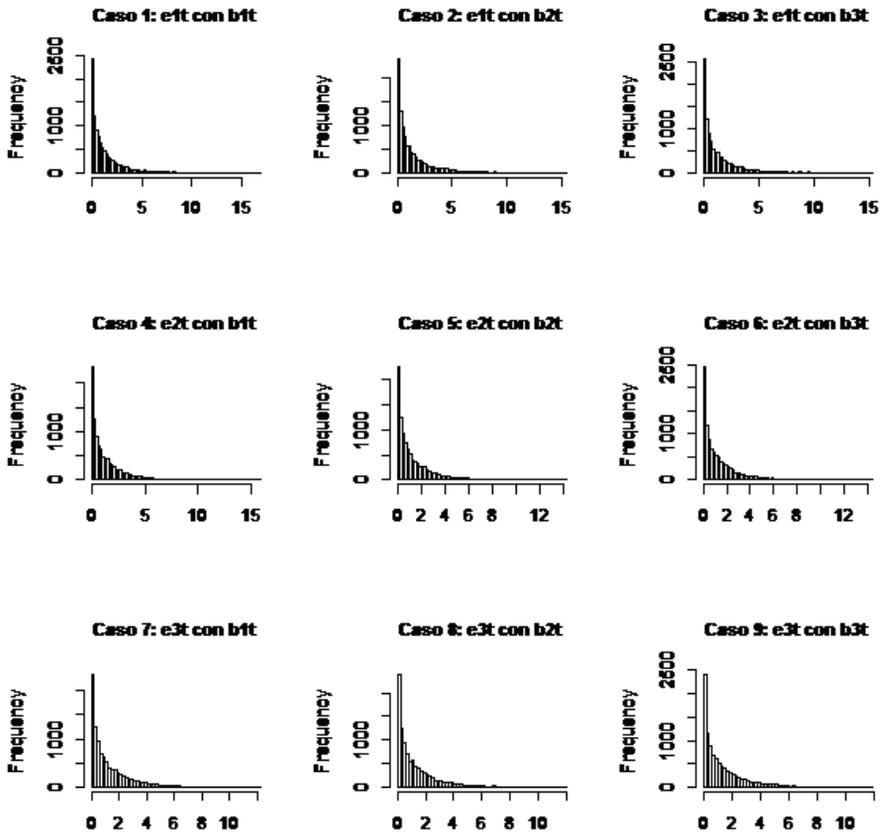
REZAGO	CASO	PERCENTILES							
		10	15	25	50	75	90	95	99
p=1	1: $e_{1t}$ y $b_{1t}$	0,034	0,070	0,183	0,712	1,659	3,010	4,163	6,856
	2: $e_{1t}$ y $b_{2t}$	0,034	0,068	0,176	0,675	1,673	3,074	4,186	6,781
	3: $e_{1t}$ y $b_{3t}$	0,033	0,067	0,176	0,678	1,683	3,057	4,150	6,807
	4: $e_{2t}$ y $b_{1t}$	0,042	0,087	0,244	0,872	1,744	2,812	3,603	5,396
	5: $e_{2t}$ y $b_{2t}$	0,040	0,083	0,213	0,765	1,788	3,005	3,864	5,691
	6: $e_{2t}$ y $b_{3t}$	0,040	0,081	0,206	0,757	1,760	2,996	3,862	5,775
	7: $e_{3t}$ y $b_{1t}$	0,033	0,067	0,187	0,810	1,823	2,900	3,698	5,480
	8: $e_{3t}$ y $b_{2t}$	0,036	0,072	0,188	0,726	1,773	3,040	3,923	5,806
	9: $e_{3t}$ y $b_{3t}$	0,035	0,072	0,186	0,729	1,771	3,039	3,898	5,782
p=2	1: $e_{1t}$ y $b_{1t}$	0,041	0,078	0,196	0,756	1,744	3,192	4,394	7,232
	2: $e_{1t}$ y $b_{2t}$	0,040	0,078	0,195	0,729	1,772	3,231	4,376	7,038
	3: $e_{1t}$ y $b_{3t}$	0,040	0,077	0,195	0,730	1,773	3,209	4,343	7,056
	4: $e_{2t}$ y $b_{1t}$	0,049	0,096	0,261	0,919	1,822	2,968	3,857	5,757
	5: $e_{2t}$ y $b_{2t}$	0,048	0,094	0,233	0,827	1,883	3,148	4,045	5,959
	6: $e_{2t}$ y $b_{3t}$	0,048	0,092	0,228	0,814	1,853	3,137	4,043	6,000
	7: $e_{3t}$ y $b_{1t}$	0,039	0,076	0,202	0,862	1,904	3,043	3,920	5,943
	8: $e_{3t}$ y $b_{2t}$	0,043	0,083	0,209	0,783	1,872	3,179	4,104	6,056
	9: $e_{3t}$ y $b_{3t}$	0,042	0,082	0,208	0,786	1,868	3,167	4,063	6,048
p=3	1: $e_{1t}$ y $b_{1t}$	0,048	0,086	0,206	0,788	1,827	3,407	4,727	7,830
	2: $e_{1t}$ y $b_{2t}$	0,047	0,085	0,209	0,773	1,874	3,444	4,669	7,530
	3: $e_{1t}$ y $b_{3t}$	0,046	0,085	0,210	0,773	1,873	3,406	4,619	7,546
	4: $e_{2t}$ y $b_{1t}$	0,057	0,104	0,270	0,949	1,898	3,154	4,181	6,653
	5: $e_{2t}$ y $b_{2t}$	0,054	0,103	0,248	0,874	1,985	3,345	4,337	6,514
	6: $e_{2t}$ y $b_{3t}$	0,054	0,100	0,244	0,861	1,953	3,306	4,306	6,538
	7: $e_{3t}$ y $b_{1t}$	0,046	0,084	0,212	0,900	1,982	3,203	4,225	6,757
	8: $e_{3t}$ y $b_{2t}$	0,049	0,091	0,223	0,828	1,971	3,361	4,386	6,609
	9: $e_{3t}$ y $b_{3t}$	0,048	0,090	0,222	0,835	1,968	3,344	4,321	6,541

Fuente: Cálculos de los autores.

Todos los cálculos y estimaciones fueron realizadas en el software estadístico R presentado en R Core (2012, p.64), usando la librería *ar* de los paquetes *dse*, desarrollado en Gilbert (2006), y *MASS*, mostrado en Venables y Ripley (2002).

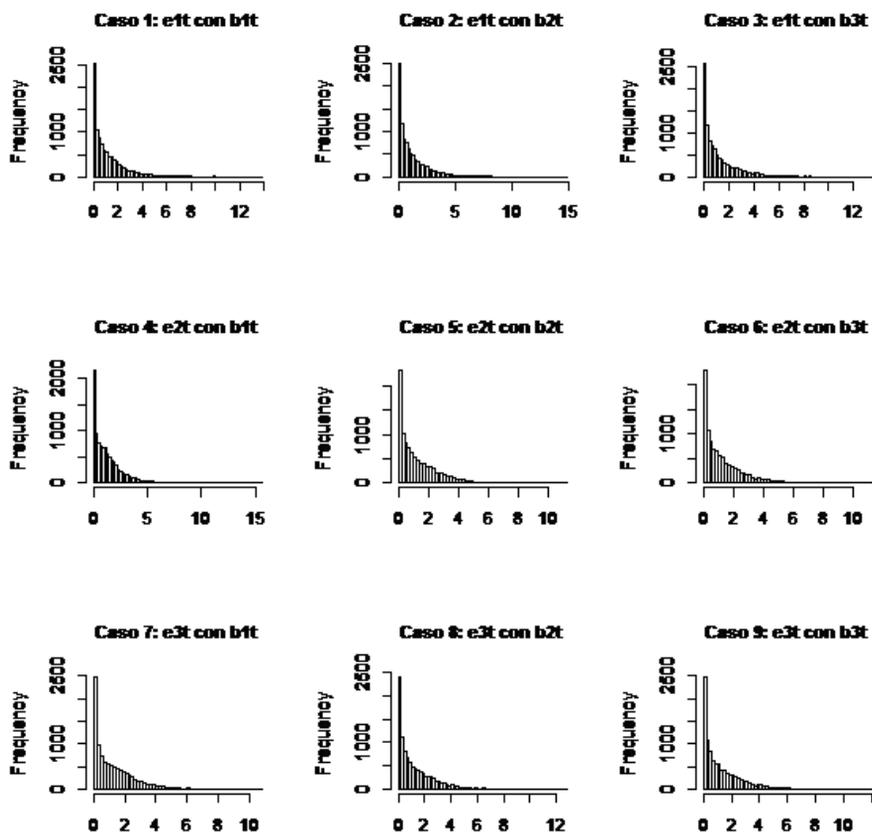
La forma de la distribución para  $p = 2$  en el modelo VAR(2) se muestra en el Gráfico 1. Para el modelo VAR(2) los resultados se muestran en el Gráfico 2.

GRÁFICO 1  
*Distribución de la estadística Q para el modelo VAR(1),  
en el rezago  $p = 2$*



Fuente: Cálculos de los autores.

GRÁFICO 2  
Distribución de la estadística  $Q$  para el modelo VAR(2),  
en el rezago  $p = 2$



Fuente: Cálculos de los autores.

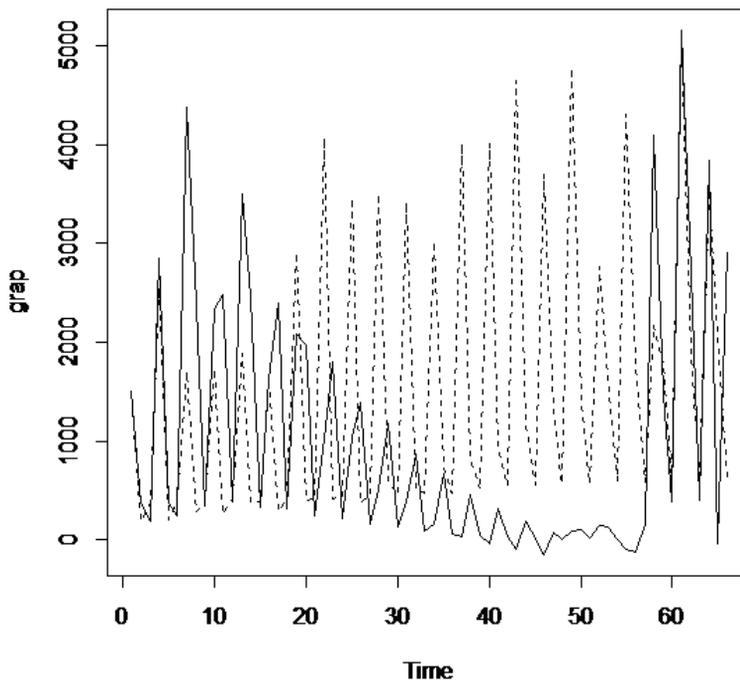
## V. RESULTADOS

### A. Series semestralizadas estimadas en los modelos VAR(1) y VAR(2)

Comparando la serie preliminar  $\{W_t\}$  con la serie estimada  $\{\hat{z}_t\}$  en los modelos VAR(1), Gráfico 3 y VAR(2), Gráfico 4, se puede notar que las series semestralizadas estimadas mediante el modelo VAR(2) tienen un mejor ajuste que las estimadas por VAR(1) por lo cual se aprecia que gráficamente el modelo VAR(2) representa mejor la estructura de los datos que el VAR(1).

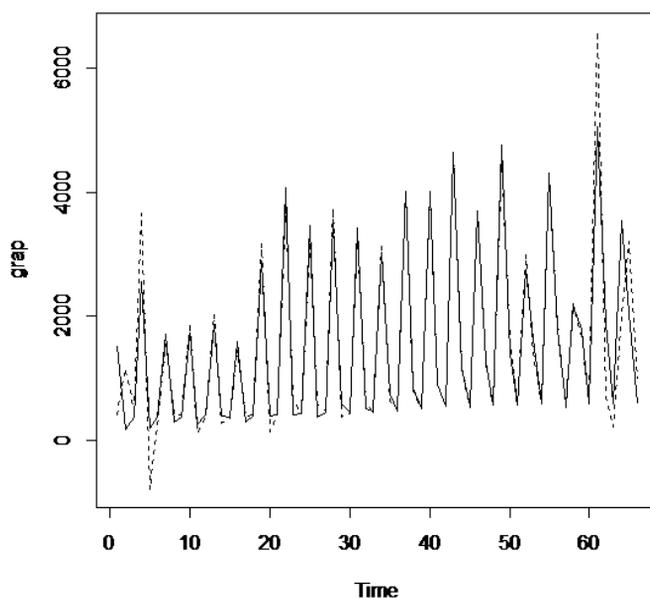
GRÁFICO 3

Comparación de la serie preliminar  $\{W\}$  y la serie estimada  $\{\hat{z}\}$  en el modelo VAR(1)



Fuente: Cálculos de los autores.

GRÁFICO 4  
 Comparación de la serie preliminar  $\{\mathbf{W}\}$  y la serie estimada  $\{\hat{\mathbf{z}}\}$  en el modelo VAR(1)



Fuente: Cálculos de los autores.

La línea punteada indica la serie estimada  $\{\hat{\mathbf{z}}_t\}$  y la línea sólida representa la serie preliminar  $\{\mathbf{W}_t\}$ . En el Anexo B se presentan las series semestralizadas del PIB por sector.

## B. Compatibilidad de las series indicadoras en la desagregación del PIB de la industria, el turismo y la construcción

Para verificar la compatibilidad de las variables, *Capacidad instalada en la industria*, *IPVN*, *Índice de ocupación hotelera* y *Arribo de turistas del exterior*, usadas como indicadoras en el proceso de desagregación del PIB de los sectores de la industria, el turismo y la construcción se aplicó la prueba de Ljung-Box para las series marginales  $\{\hat{b}_{it}\}$  y  $\{\tilde{\varepsilon}_{jt}\}$  de los modelos VAR(1) y VAR(2).

Al comparar la estadística  $Q$  calculada con los percentiles de su distribución empírica, presentadas en el Cuadro 6, no se rechazó la hipótesis nula de la prueba de compatibilidad al 1%, lo que sugiere que las variables indicadoras seleccionadas son compatibles en el proceso de semestralización del PIB para el modelo VAR(2) y que el modelo está correctamente especificado, es decir, las variables indicadoras en los periodos analizados modelan la dinámica del PIB objetivo en los periodos semestrales no observados y no existe otro proceso no observado que también explique el comportamiento de este indicador.

CUADRO 6  
*Prueba de compatibilidad para el modelo VAR(1)*

REZAGO	CASO	Q	PERCENTIL 95	PERCENTIL 99	DECISIÓN
p=1	1	0,716	4,21	7,28	No se rechaza Ho.
	2	1,476	4,24	7,09	No se rechaza Ho.
	3	1,403	4,36	7,17	No se rechaza Ho.
	4	3,868	4,20	6,30	No se rechaza Ho.
	5	2,432	4,24	6,46	No se rechaza Ho.
	6	1,781	4,12	6,06	No se rechaza Ho.
	7	1,270	4,18	6,39	No se rechaza Ho.
	8	1,091	4,27	6,58	No se rechaza Ho.
	9	1,193	4,19	6,16	No se rechaza Ho.
p=2	1	0,719	4,35	7,44	No se rechaza Ho.
	2	1,479	4,36	7,20	No se rechaza Ho.
	3	1,407	4,50	7,36	No se rechaza Ho.
	4	4,648	4,30	6,44	Se rechaza Ho.
	5	3,608	4,34	6,56	No se rechaza Ho.
	6	3,307	4,24	6,20	No se rechaza Ho.
	7	1,883	4,29	6,49	No se rechaza Ho.
	8	2,016	4,38	6,70	No se rechaza Ho.
	9	2,393	4,31	6,32	No se rechaza Ho.
p=3	1	1,187	4,54	7,74	No se rechaza Ho.
	2	2,186	4,54	7,44	No se rechaza Ho.
	3	2,323	4,67	7,68	No se rechaza Ho.
	4	5,536	4,46	6,68	Se rechaza Ho.
	5	4,949	4,50	6,76	Se rechaza Ho.
	6	5,046	4,44	6,43	Se rechaza Ho.
	7	2,433	4,46	6,77	No se rechaza Ho.
	8	2,846	4,52	6,85	No se rechaza Ho.
	9	3,469	4,51	6,58	No se rechaza Ho.

Fuente: Cálculos de los autores.

En el modelo VAR(1) la hipótesis de no correlación se rechaza en el caso 4 de tres rezagos considerados. Estos resultados, sumados a los mostrados en Gráfico 1, evidencian que el modelo no tiene una correcta especificación, por lo que se concluye que la estructura de la serie del PIB de la industria, la construcción y el turismo es VAR(2). En el Cuadro 7 se presentan las pruebas de hipótesis de este modelo.

CUADRO 7  
*Prueba de compatibilidad para el modelo VAR(2)*

REZAGO	CASO	Q	PERCENTIL 95	PERCENTIL 99	DECISIÓN
<b>p=1</b>	1	1,13	4,21	7,28	No se rechaza Ho.
	2	1,36	4,24	7,09	No se rechaza Ho.
	3	1,58	4,36	7,17	No se rechaza Ho.
	4	0,03	4,20	6,30	No se rechaza Ho.
	5	1,36	4,24	6,46	No se rechaza Ho.
	6	1,45	4,12	6,06	No se rechaza Ho.
	7	0,87	4,18	6,39	No se rechaza Ho.
	8	0,41	4,27	6,58	No se rechaza Ho.
	9	0,51	4,19	6,16	No se rechaza Ho.
<b>p=2</b>	1	1,13	4,35	7,44	No se rechaza Ho.
	2	1,36	4,36	7,20	No se rechaza Ho.
	3	1,58	4,50	7,36	No se rechaza Ho.
	4	0,04	4,30	6,44	No se rechaza Ho.
	5	1,36	4,34	6,56	No se rechaza Ho.
	6	1,45	4,24	6,20	No se rechaza Ho.
	7	0,87	4,29	6,49	No se rechaza Ho.
	8	0,41	4,38	6,70	No se rechaza Ho.
	9	0,51	4,31	6,32	No se rechaza Ho.
<b>p=3</b>	1	1,13	4,54	7,74	No se rechaza Ho.
	2	1,36	4,54	7,44	No se rechaza Ho.
	3	1,58	4,67	7,68	No se rechaza Ho.
	4	0,05	4,46	6,68	No se rechaza Ho.
	5	1,36	4,50	6,76	No se rechaza Ho.
	6	1,45	4,44	6,43	No se rechaza Ho.
	7	0,88	4,46	6,77	No se rechaza Ho.
	8	0,41	4,52	6,85	No se rechaza Ho.
	9	0,52	4,51	6,58	No se rechaza Ho.

Fuente: Cálculos de los autores.

## V. DISCUSIÓN

Actualmente el departamento de Bolívar no cuenta con estadísticas del PIB de periodicidad intra-anual y la información de los indicadores sectoriales en alta frecuencia no está disponible en series mayores a diez años. Por tanto, obtener información estadística para estudios económicos se ha convertido en una tarea difícil para los investigadores.

Se mostró que es posible obtener estadísticas económicas que no han sido observadas en ciertos períodos de tiempo, a partir de otras variables relacionadas que sí están disponibles en la frecuencia deseada. Particularmente en esta investigación, se concluyó que las variables *Capacidad instalada en la industria*, *IPVN*, *Índice de ocupación hotelera* y *Arribo de turistas del exterior* pueden usarse para encontrar valores semestrales del PIB de los sectores de la industria, el turismo y la construcción, y además se evidenció que estas variables dinamizan el comportamiento de cada uno de los sectores analizados.

Se destaca dentro de los resultados la ausencia de correlación entre las variables *Variación en la producción industrial*, *Variación en las ventas* y el PIB de la industria, las que resultaron ser no compatibles. En la aplicación para el PIB nacional realizada en Nieto (2007) no se encontró evidencia de compatibilidad entre el *Índice de producción industrial* y el PIB de este sector, sin embargo, el autor decidió continuar con el proceso de predicción *ex-ante* por la importancia de este indicador en el sector industrial. En esta investigación no se consideró dicho índice en el proceso de desagregación del PIB de Bolívar, puesto que además de no tener un coeficiente significativo, el signo del mismo fue contrario al esperado.

Las causas de este comportamiento es material para futuras investigaciones y debe cotejarse con los datos de la muestra trimestral manufacturera regional para periodos posteriores donde se tenga mayor volumen de información, puesto que actualmente solo existe información disponible para el periodo 2006-2011.

En las investigaciones que han abordado el tema de la desagregación del PIB del sector de la construcción [Haindl (1986), Guerrero (1990), Nieto (2007)] no se consideró el IPVN como variable auxiliar. No obstante, en esta investigación se encontró que este indicador muestra con mayor ajuste el comportamiento del PIB de la construcción de Bolívar entre 2000-2010.

A diferencia de las investigaciones realizadas por Haindl (1986), Guerrero (1990), y Nieto (2007), quienes desagregan series del PIB por sectores, consideramos que el turismo es una actividad económica relevante para ser incluida en los procesos

de desagregación multivariada del PIB, por hacer parte de las principales apuestas productivas de Bolívar, por representar el 10% (DANE, 2012) en 2010, y por ser una de las actividades que más contribuye al fortalecimiento de otros sectores, tales como el comercio y los servicios.

En este aspecto se encontró que la ocupación hotelera y el arribo de turistas internacionales son factores determinantes en el dinamismo del sector, este último con mayor significancia que el primero.

## REFERENCIAS

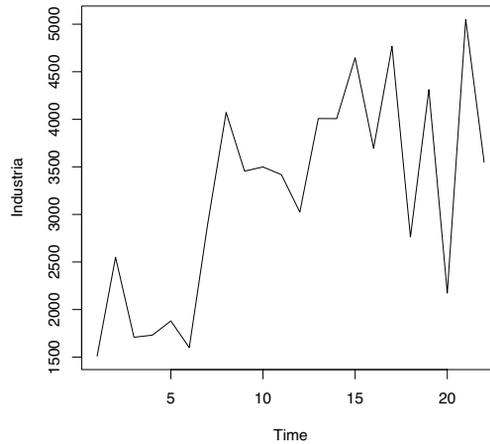
- Banco de la Republica; Cámara de Comercio de Cartagena; Observatorio del Caribe Colombiano; ANDI Seccional Bolívar; Universidad Jorge Tadeo Lozano, Seccional del Caribe; Universidad Tecnológica de Bolívar y Fenalco Bolívar (2000-2002), *Indicadores Económicos de Cartagena de Indias. Cuadernos de Coyuntura Económica*.
- Banco de la Republica; Cámara de Comercio de Cartagena; Observatorio del Caribe Colombiano; ANDI Seccional Bolívar; Universidad Jorge Tadeo Lozano, Seccional del Caribe; Universidad Tecnológica de Bolívar y Fenalco Bolívar (2003), *Indicadores Económicos de Cartagena de Indias. Cuadernos de Coyuntura Económica*.
- Banco de la Republica; Cámara de Comercio de Cartagena; Observatorio del Caribe Colombiano; ANDI Seccional Bolívar; Universidad Jorge Tadeo Lozano, Seccional del Caribe; Universidad Tecnológica de Bolívar y Fenalco Bolívar (2004), *Indicadores Económicos de Cartagena de Indias. Cuadernos de Coyuntura Económica*.
- Banco de la Republica; Cámara de Comercio de Cartagena; Observatorio del Caribe Colombiano; ANDI Seccional Bolívar; Universidad Jorge Tadeo Lozano, Seccional del Caribe; Universidad Tecnológica de Bolívar y Fenalco Bolívar (2005-2009), *Indicadores Económicos de Cartagena de Indias. Cuadernos de Coyuntura Económica*.
- Banco de la Republica; Cámara de Comercio de Cartagena; Observatorio del Caribe Colombiano; ANDI Seccional Bolívar; Universidad Jorge Tadeo Lozano, Seccional del Caribe; Universidad Tecnológica de Bolívar y Fenalco Bolívar (2010), *Indicadores Económicos de Cartagena de Indias. Cuadernos de Coyuntura Económica*.

- Bonet, Jaime, y Adolfo Meisel (1999), «Convergencia regional en Colombia: Una visión de largo plazo, 1926-1996», *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, No. 8, Banco de la República, Cartagena.
- Box, G. E. P., and David Pierce (1970), «Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average Time», *Journal of the American Statistical Association*, No.332, December.
- Chow, Gregory, and An Loh Lin (1971), «Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series», *Review of Economics And Statistics*, No.4, November.
- DANE (2012), «PIB departamental por ramas de actividad», [www.dane.gov.co](http://www.dane.gov.co). [consultado julio 25 de 2012].
- Di Fonzo, Tommaso (1990), «The Estimation Of M Disaggregate Time Series when Contemporaneous and Temporal Aggregates are Known», *Review of Economics and Statistics*, Vol. 72, No.1, February.
- Galvis, Luis Armando, y Adolfo Meisel (2000), «El crecimiento económico de las ciudades colombianas y sus determinantes, 1973-1998», *Documentos de Trabajo sobre Economía Regional*, No. 18, Banco de la República, Cartagena.
- Gilbert, Paul (2009) Brief User's Guide: Dynamic Systems Estimation (DSE), <http://cran.r-project.org/web/packages/dse/vignettes/Guide.pdf>. [consultado marzo de 2013].
- Gonzales, Luis (2009), «Trimestralización y mensualización de la serie del PIB departamental y total de Bolivia», Instituto de Estudios Avanzados en Desarrollo, Pontificia Universidad Católica de Chile, octubre ,[www.inesad.edu.bo](http://www.inesad.edu.bo) [consultado octubre 6 de 2012].
- Guerrero, Victor (1990), «Temporal Disaggregation of Time Sieres: An Arima-Based Approach. *International Statistical Review/ Revue Internationale de Statistique*.No. 1, April.
- Guerrero, Victor y Fabio Nieto (1999), «Temporal and comtemporaneous disagggregation of multiple economic time series», *Sociedad de estadística e investigación operativa TEST*, Vol. 8, No.2.
- Haindl, Erik (1986), «Trimestralización del Producto Interno Bruto Geografico por Origen y Destino» *Estudios de Economía*, No.1, abril.
- Hurtado, Jorge, y Luis Melo (2010), «Una metolodogia multivarida de desagregación temporal» *Borradores de economia*, Banco de la República, No.586.
- Melo, Luis y Martha Misas (1992), «Desagregación de series temporales: metodologia y aplicación al caso del PIB en Colombia», *Ensayos sobre política económica*, No.11, junio.

- Nieto, Fabio (1995), Kalman filter for singular and conditional state-space models when the system state and the observational error are correlated. *Statistics and Probability*, No. 4, noviembre, pp. 303-310.
- Nieto, Fabio (2007), «Ex Post and Ex Ante Prediction of Unobserved Multivariate Time Series: A Structural-Model Based Approach», *Wiley InterScience*, No.26.
- Pavía-Miralles (2010). A Survey of Methods to Interpolate, Distribute and Extrapolate Time Series. *J. Service Science & Management*. December, pp. 449-463.
- Pozo, Pilar, y Felipe Stanger (2009), «Metodología y resultados de la mensualización del PIB sectorial trimestral en el periodo 1996-2008» *Estudios economicos estadísticos, Banco Central de Chile*, No. 78, septiembre.
- Puig, Antonio, y Jesús Hernández (1989), «Un modelo de desagregación geográfica: Estimación del PIB por entidad federativa, 1970-1988», *Serie de documentos de investigación*, No. 1.
- R Core, Team (2012). R: A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org/>
- Rossi, Nicola (1982), «A Note on the Estimation of Disaggregate Time Series When The Aggregate is Known», *The Review of Economics and Statistics*, No. 4, November.
- Venables, Bill, and Brian Ripley (2002), *Modern Applied Statistics with S-PLUS*. Fourth Edition. Springer, New York.

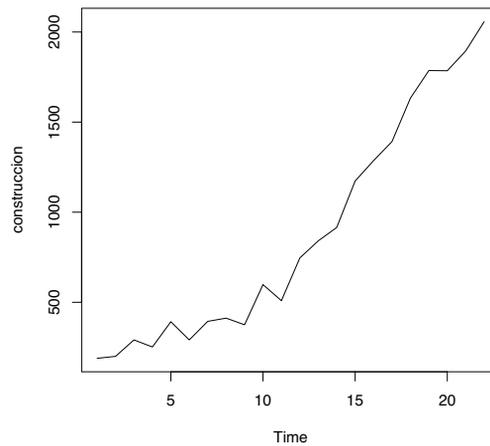
## ANEXO A

GRÁFICO A1  
*Valor agregado del sector industrial de Bolívar, 2000-2010*



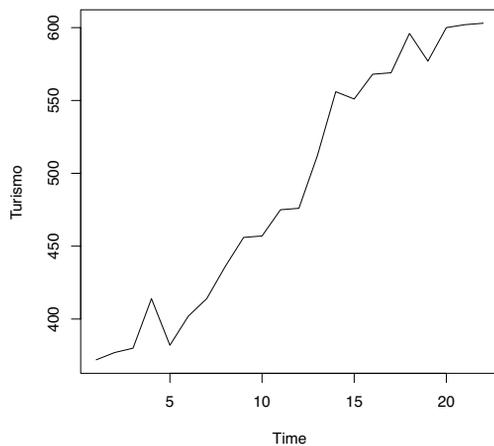
**Fuente:** Cálculo de los autores con base en datos de las cuentas departamentales del DANE.

GRÁFICO A2  
*Valor agregado del sector construcción de Bolívar, 2000-2010*



**Fuente:** Cálculo de los autores con base en datos de las cuentas departamentales del DANE.

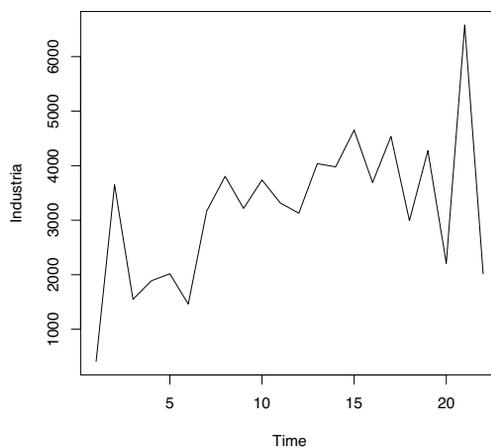
GRÁFICO A3  
*Valor agregado del turismo de Bolívar, 2000-2010*



**Fuente:** Cálculo de los autores con base en datos de las cuentas departamentales del DANE.

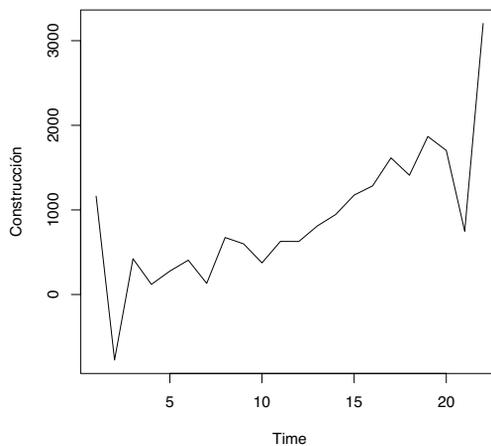
## ANEXO B

GRÁFICO B1  
*Serie semestralizada del valor agregado del sector industrial de Bolívar, 2000-2010*



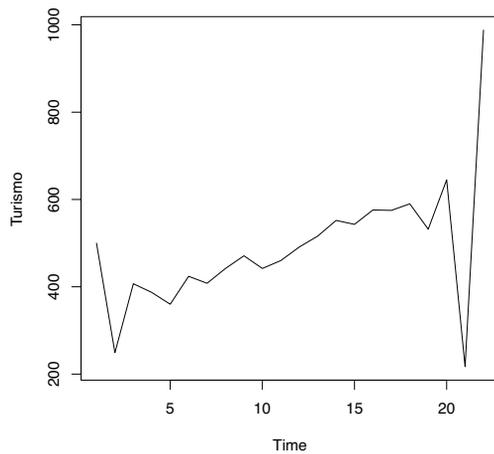
Fuente: Cálculo de los autores.

GRÁFICO B2  
*Serie semestralizada del valor agregado del sector construcción de Bolívar, 2000-2010*



Fuente: Cálculo de los autores.

GRÁFICO B3  
*Serie semestralizada del valor agregado del sector turismo  
de Bolívar, 2000-2010*



Fuente: Cálculo de los autores.